

Faculty of Science
B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS –III Semester
Backlog Examinations -June/July, 2022
PAPER: Real Analysis

Time: 3 Hours

Max Marks: 80

Section-A

- I. Answer any *five* of the following questions (5x4=20 Marks)
1. Show that $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{1/n}) = 1$
 2. Show that Cauchy sequences are bounded.
 3. If the sequence converges, then show that every subsequence converges to the same limit.
 4. Test the converges of the series $\sum \frac{(-1)^n}{n}$
 5. Let $f_n(x) = x^n$ for $x \in [0,1]$ then find pointwise limit of (f_n)
 6. Let $f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{n}$ for $x \in R$ then show that $f_n \rightarrow 0$ uniformly on R
 7. Show that $\int_0^b x^2 dx = \frac{b^3}{3}$
 8. Let f and g be integrable functions on $[a,b]$ then show fg is integrable on $[a,b]$.

Section-B

- II. Answer the following questions (4x15=60 Marks)
9. (a) If (s_n) converges to s and (t_n) converges to t then prove that $(s_n + t_n)$ converges to $s + t$. $\lim(s_n + t_n) = \lim(s_n) + \lim(t_n)$
 (OR)
 (b) Prove all bounded monotone sequences converge.
 10. (a) State and prove Bolzano-Weierstrass theorem
 (OR)
 (b) State and prove comparison test.
 11. (a) Find the radius of convergence of following power series
 (i) $\sum \frac{x^n}{n}$ (ii) $\sum n^2 x^n$ (iii) $\sum \frac{n^3}{3^n} x^n$
 (OR)
 (b) Prove that uniform limit of sequence of continuous functions is continuous
 12. (a) Prove that every monotonic function f on $[a,b]$ is integrable
 (OR)
 (b) State and prove fundamental theorem of calculus-I

Faculty of Science
B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS -III Semester
Backlog Examinations, June/July-2022
PAPER: Real Analysis

Time: 3 Hours

Max Marks: 80

విభాగం - ఎ

- I. ఈ క్రింది ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (5x4=20 Marks)
1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{1/n}) = 1$ అని చూపండి.
 2. కోషి అనుక్రమం పరిబద్ధం అని చూపండి.
 3. అభిసరించే అనుక్రమం యొక్క ప్రతి ఉపానుక్రమం అదే అవదికి అభిసరించును అని నిరూపించండి.
 4. $\sum \frac{(-1)^n}{n}$ శ్రేణి యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.
 5. $f_n(x) = x^n, x \in [0,1]$ తీసుకొని (f_n) యొక్క బిందురూప అవధిని కనుగొనండి.
 6. $f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{n}, x \in R$ తీసుకొని R పైన $f_n \rightarrow 0$ ఏకరూపంగా అభిసరించునని చూపండి.
 7. $\int_0^b x^2 dx = \frac{b^3}{3}$ అని చూపండి.
 8. f మరియు g లు $[a, b]$ పైన సమాకలనీయాలు ఐతే fg కూడా $[a, b]$ పైన సమాకలనీయం అని చూపండి.

విభాగం - బి

- II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (4x15=60 Marks)
9. (a) (s_n) అనుక్రమం s కు అభిసరించును మరియు (t_n) అనుక్రమం t కు అభిసరించును ఐతే $(s_n + t_n)$ అనుక్రమం $s + t$ కి అభిసరించును అని చూపండి.
అనగా $\lim(s_n + t_n) = \lim(s_n) + \lim(t_n)$ అని నిరూపించండి.
(లేదా)
(b) పరిబద్ధ ఏకదిష్ట అనుక్రమాలు అభిసరించును అని నిరూపించండి.
 10. (a) బొల్జానో-వియెస్ట్రాస్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.
(లేదా)
(b) తులనాత్మ పరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.
 11. (a) క్రింది ఘాత శ్రేణులకు అభిసరణ వ్యాసార్థాలను కనుక్కోండి.
(i) $\sum \frac{x^n}{n}$ (ii) $\sum n^2 x^n$ (iii) $\sum \frac{n^3}{3^n} x^n$
(లేదా)
(b) అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయాల అనుక్రమం యొక్క ఏకరూప అవధి అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయం అని నిరూపించండి.
 12. (a) ప్రతి ఏకదిష్ట ప్రమేయం f అనేది $[a, b]$ పైన సమాకలనీయం అని నిరూపించండి.
(లేదా)
(b) సమాకలనీయ మూల సిద్ధాంతం-1ను ప్రవచించి నిరూపించండి.
